



## АДАПТИВНЕ ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ РУХУ ПОВІТРЯНОГО СУДНА У РЕЖИМІ ДОТРИМАННЯ ЗАДАНОЇ ПОСАДКОВОЇ ТРАЄКТОРІЇ

А. Воловик

*Вінницький національний технічний університет, Хмельницьке шосе, 95, Вінниця, 21000, Україна*

Відповідальний за рукопис: Андрій Воловик (e-mail: voland@vntu.edu.ua)

*(Подано 26 жовтня 2022)*

Зростання інтенсивності повітряного руху, обумовлене постійною розробкою значної кількості нових типів повітряних суден (ПС), їхня інтенсивна експлуатація з одного боку, та гарантування необхідного рівня безпеки – з іншого, вимагають невідкладного вдосконалення систем організації та керування повітряним рухом, стимулюють модернізацію та створення нових типів обладнання радіотехнічного забезпечення безпеки польотів. У цій роботі об'єкт дослідження являє собою процеси перетворення інформаційних сигналів у кутомірному каналі радіотехнічної системи посадки ПС, а її мета спрямована на досягнення підвищеної точності кутових вимірювань та їх достовірності методами вторинної обробки сигналів, заснованих на базових положеннях теорії оптимальної лінійної дискретної фільтрації Калмана. Показано, що одним із можливих шляхів досягнення поставленої мети може бути використання полімодельної моделі руху ПС, доповненої взаємодіючою логікою стохастичного типу як ефективного, відносно простого ресурсозберігаючого інструменту подолання апріорної невизначеності щодо умов та режиму польоту. Наведені міркування щодо адекватності застосовуваних типів моделей для опису фіксованої траєкторії заходу ПС на посадку. Розглянуті питання апроксимації нелінійних залежностей в кутомірному каналі посадкового радіолокатора у процесі зміни координатної системи. Наведена методика виконання обчислювального експерименту за методом Монте-Карло з використанням обчислювального середовища системи моделювання LabView. Отримані результати доказують ефективність полімодельного методу побудови фільтра, адаптованого до потреб посадкового процесу, та відсутності розбіжностей щодо регламентованих норм до точності вимірювання кутових координат ПС.

**Ключові слова:** *радіотехнічна система посадки, кутомірний канал, дискретна лінійна система, інтерактивний полімодельний оптимальний фільтр, взаємодіюча ймовірнісна логіка.*

УДК 621.396.96

### 1. Вступ

Не викликає сумнівів той факт, що авіаційна галузь відіграє ключову роль у становленні світової економіки, а її мобільність та розгалуженість перебувають у центрі соціально-економічної структури розвинених країн світу. У зв'язку з цим постійно підвищуються вимоги до безпеки польотів ПС відповідно до вимог ІКАО (міжнародної організації цивільної авіації). У цьому сенсі

приаеродромна зона є найбільш складним середовищем для керування повітряним рухом. В основу точного та безпечного польоту за заданим маршрутом у районі аеродрому, зльоту та посадки покладено принцип комплексного використання усіх наявних технічних засобів – як наземних так і бортових, а успішний розв'язок завдань керування повітряним рухом визначається їхніми технічними можливостями.

Найбільш складним та відповідальним етапом польоту, який характеризується неодноразовою зміною режиму польоту, швидкоплинністю та психофізіологічним навантаженням на екіпаж, є посадка ПС. Успішний розв'язок задачі безпечного заходу на посадку потребує чіткого виконання екіпажами усіх без винятку встановлених правил порядку, та обладнанням аеродромів, майданчиків приземлення спеціальними технічними системами. За даними ІКАО, частка авіаційних подій, що класифікується як втрата керування польотом (ЛОС-І), становить приблизно 36 відсотків від їх загальної кількості. При цьому 90 відсотків з них обумовлені незадовільною видимістю, а 70 відсотків припадає на етапи зниження та захід на посадку [1]. У структурі “Єдиної системи керування повітряним рухом” для оцінювання повітряного стану аеродромної зони застосовують оглядову радіолокаційну станцію (ОРЛ-А) та посадкову РЛС [2]. Посадкова РЛС є складовою радіотехнічного комплексу забезпечення безпеки процесу посадки і являє собою трикоординатну РЛС, призначену для огляду повітряного простору в зоні передпосадкового та посадкового маневрів. Зокрема, за допомогою посадкової РЛС здійснюється наземний контроль за зниженням ПС по лінії курсу та глісади шляхом визначення відстані ПС до розрахункової точки приземлення, та його відхилень від ліній курсу та глісади. За даними ІКАО, заходи на посадку без наземного контролю з використанням посадкової РЛС стають у п'ять разів небезпечнішими, ніж з її використанням, що підкреслює необхідність та актуальність контролю заходу на посадку із пунктів наземного контролю з використанням посадкової РЛС.

Мета роботи спрямована на досягнення підвищеної точності кутових вимірювань за допомогою посадкової РЛС та їхньої достовірності методами вторинної обробки сигналів, заснованих на положеннях теорії оптимальної лінійної дискретної фільтрації Калмана. Використання фільтрів Калмана передбачає наявність адекватної математичної моделі динаміки руху ПС за умови дотримання номінальних умов польоту [6, 7]. У іншому разі доцільно скористатись принципами розширення функціональних можливостей класичних методів обробки сигналів за рахунок уведення елементів адаптації або самоорганізації [3–5]. Метод фільтра Калмана – швидкий та ефективний шлях розв'язку задачі обробки результатів первинних спостережень, спотворених помилками та похибками вимірювань, а рекурентний характер обчислень вимагає відносно невеликих обчислювальних витрат, що робить його незамінним для фільтрації даних у режимі реальному часу. Так, наприклад, у роботі [8] метод фільтрації за Калманом використовувався для фільтрації кутових спостережень на борту ПС при посадці за довільно вибраною траєкторією. Проте за умови апріорної невизначеності фільтр Калмана втрачає оптимальні властивості, при цьому не виключається ймовірність втрати стійкості, що сприяє розбіжності процесу фільтрації.

Для подолання цих обмежень сьогодення пропонує досить велику кількість розроблених алгоритмів, базовим елементом яких залишається стандартний фільтр Калмана. В зв'язку з цим зупинимось на розгляді алгоритмів фільтрації, що певною мірою здатні подолати апріорну невизначеність структури та параметрів руху ПС як об'єкта контролю. В основу таких алгоритмів покладена ідея використання полімодельних методів фільтрації (ММ). Розв'язок задачі цим методом передбачає наявність банку моделей як засобу подолання апріорної невизначеності щодо динаміки об'єкта спостереження і моделі фільтра. У перших варіантах ММ [9, 10] полімодельні фільтри були автономними, алгоритм фільтрації визначав імовірнісний ваговий коефіцієнт для кожної окремої оцінки, і на їхній основі формував підсумкову оцінку процесу за допомогою лінійної комбінації виходів елементних фільтрів.

Згодом з'явилися взаємодіючі полімодельні фільтри IMM (Interacting Multiple Model), де до вагового ймовірнісного зважування додалися алгоритми ймовірнісного оновлення, злиття та повторної ініціалізації модельного набору [11–13, 15]. У разі складної модельної динаміки, що обумов-

лена неповнотою апріорних даних або їх відсутністю, кількість моделей у модельному наборі суттєво зростає, що перевантажує обчислювальну систему і в загальному випадку погіршує підсумкову оцінку. В роботах [13, 14], розглянуті варіанти IMM зі змінною структурою VIMM (Variable Structure Interacting Multiple Model), де з загального модельного ряду на кожному кроці обчислень використовується певний модельний набір. Їхня особливість характеризується здатністю адаптуватися до динаміки об'єкта спостереження, створюючи при цьому нові елементарні фільтри, і у разі недостатньої якості отриманих оцінок вони можуть вилучати деякі фільтри з незадовільною роботою. За таких умов алгоритми VIMM забезпечують підвищення продуктивності пристрою обробки та сприяють зменшенню складності обчислень. Вони широко використовуються у якості базового алгоритму для здійснення процедур лінійної та нелінійної фільтрації. У межах представленої роботи для подолання структурної невизначеності моделі руху ПС запропоновано використання алгоритму IMM, адаптованого до потреб посадкового маневру, що дає змогу виявляти момент маневру з меншим запізненням і сприяє підвищенню точності оцінювання параметрів руху ПС за рахунок незначного збільшення обчислювальних витрат.

## 2. Вибір моделі траєкторних спостережень

Ефективне застосування методів оптимальної фільтрації передбачає повноту апріорної інформації про стан кутомірного каналу, характеристики діючих збурень та завад, математичну модель динаміки зміни кутових координат ПС при заході на посадку. Запорукою цього є якісна модель динаміки цілі та системи спостережень. Математичну модель прийнято будувати на основі всебічного аналізу поведінки досліджуваного процесу з використанням результатів раніше проведених досліджень. Вона повинна бути достатньо повною, щоб адекватно описувати динаміку процесу, і достатньо простою, щоб отримані фільтри можливо було реалізувати на практиці.

В межах дії зони азимутального каналу посадкової РЛС (рис. 1), рух ПС можна розділити на дві ділянки. До першої ділянки варто зарахувати рух від точки входу ПС в зону дії азимутального каналу посадкової РЛС (точка 1). Вона призначена для виконання повітряного маневру з метою виходу ПС на азимут лінії посадкового курсу. До другої прийнято зараховувати рух за регламентованою траєкторією зниження (ділянка А–В–С). Задача ПС на цьому етапі – вирівнювання на лінії посадкового курсу, в межах якої рух ПС здійснюється за прямолінійною траєкторією до точки приземлення С яка, своєю чергою, позначається розташованими на цьому аеродромі різноманітними радіотехнічними засобами забезпечення польотів. Вимоги до руху ПС на цих ділянках є стандартно прописані для кожного аеродрому, і являють собою певну послідовність маневрів, що визначають відповідні траєкторії. Отже, в зоні дії азимутального каналу посадкової РЛС рух ПС може здійснюватися за радіальними траєкторіями з певною кутовою швидкістю із заданого діапазону  $\omega_1, \omega_2$  ( $0,5 \cdot 10^{-3} - 0,5 \cdot 10^{-1}$  рад/с) та лінійною швидкістю  $v_1$  (приблизно 100–150 м/с), а на завершальному етапі посадкового маневру – по траєкторії у вигляді прямої лінії, де ПС рухається рівношвидково зі швидкістю польоту  $v_2$  (до 100 м/с) з подальшим погашенням лінійної швидкості до 80 м/с [16–18].

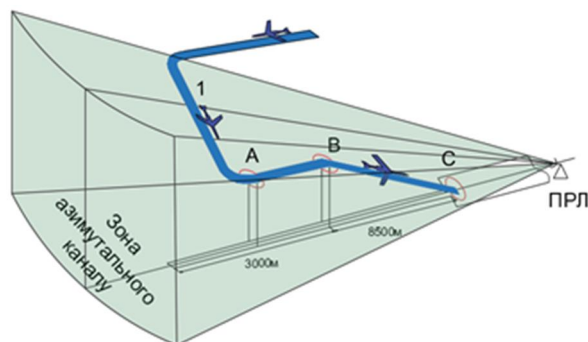


Рис. 1. Траєкторія руху ПС в процесі виконання посадкового маневру

При описі математичної моделі динаміки кута азимуту ПС будемо вважати, що швидкість зміни кута азимуту ПС є постійною величиною, але наперед невідомою, невраховані прискорення та вплив атмосферної турбулентності будемо розглядати як збурення номінальної траєкторії. У загальному випадку ПС розглядається як точкова маса, й описується системою нелінійних рівнянь [16, 17]. Враховуючи дискретність надходження кутових даних азимутального каналу посадкової РЛС, доцільно використовувати різницеву форму зазначених вище рівнянь, що дає змогу використовувати переваги цифрових методів обробки інформації. Виходячи з цього, математична модель динамічного процесу зміни кутових даних, які надходять з каналу первинних радіовимірювань у систему вторинної обробки, може бути описана системою векторних рівнянь за умови попереднього виконання процедури лінійної апроксимації:

$$x_k = A_{k|k-1}x_{k-1} + B_{k|k-1}w_k, \quad (1)$$

$$z_k = Hx_k + v_k, \quad (2)$$

де  $x_k \in R^n$  – вектор стану, компонентами якого є координати ПС та швидкості їх зміни;  $A_{k|k-1} \in R^{n \times n}$  – системна перехідна матриця;  $B_{k|k-1} \in R^{n \times q}$  – системна матриця збурень;  $w_k \in R^q$  – гаусова біла послідовність з параметрами  $E[w_k] = 0$ ,  $E[w_k, w_j'] = Q_k \delta_{kj}$  та апіорно заданою кореляційною матрицею  $Q_k \in R^{q \times q}$ ;  $\delta_{kj}$  – дельта функція Кронекера;  $n$  – кількість компонент вектора стану;  $p$  – кількість входів;  $q$  – кількість компонент вектора збурень;  $z_k \in R^m$  – вектор спостережень,  $H \in R^{m \times n}$  – інваріантна у часі матриця спостережень, структура якої визначається типом вимірювальних засобів та їхнім числом  $H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ;  $v_k \in R^m$  – похибки первинних вимірювань кутових координат. Вважається, що вони розподілені за нормальним законом з нульовим середнім значенням та кореляційною матрицею  $R_k \in R^{m \times m}$ , де  $m$  – кількість координат, що підлягають спостереженню. У загальному випадку похибки первинних вимірювань мають досить складну структуру. Проте похибки одиничних вимірювань завжди містять флуктуаційну складову, дисперсія якої залежить від відношення “сигнал/шум” на вході радіовимірювального тракту та дискретності надходження посадкових даних.

У якості системи координат доцільно вибрати прямокутну локальну систему координат відносно фазового центра антени посадкової РЛС. Компоненти вектора стану траєкторії ПС у локальній прямокутній координатній системі у поточний момент часу  $t$  пов'язані з моделлю динаміки ПС такими співвідношеннями:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = v(t) \cos \varphi(t) \\ \dot{y}(t) = v(t) \sin \varphi(t) \\ \dot{v}(t) = a_t(t) \\ \dot{\varphi}(t) = a_r(t) \setminus v(t) \end{cases}, \quad (3)$$

де  $v(t)$ ,  $\varphi(t)$ ,  $a_t(t)$ ,  $a_r(t)$  – лінійна швидкість, швидкість зміни кута азимуту, тангенціальна та радіальна складові прискорення ПС відповідно.

Згідно з [2], розрізняють три основні типи горизонтального руху ПС цивільної авіації. Перший основний тип – прямолінійний рівномірний рух. Другий – поворот (рух по колу). Третій – прямолінійний рух зі зміною швидкості. Враховуючи можливий характер руху ПС у зоні дії посадкової РЛС (рис. 1) характерними у нашому випадку є два перших варіанти, а саме:  $a_t(t) = 0$ ,  $a_r(t) = 0$  – прямолінійний рух з постійною швидкістю та  $a_t(t) = 0$ ,  $a_r(t) \neq 0$  – радіальний рух з постійною лінійною та радіальною швидкостями. Відповідно до цього, можливим є застосування для опису моделі

руху ПС у зоні дії посадкової РЛС комбінації з двох загальновідомих математичних моделей [19]. Перша з них описує прямолінійний рух ПС з постійною швидкістю:

$$A_{cv} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; Q_{cv} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}(\Delta t)^3 \sigma_x^2 & \frac{1}{2}(\Delta t)^2 \sigma_x^2 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}(\Delta t)^2 \sigma_x^2 & \Delta t \sigma_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3}(\Delta t)^3 \sigma_y^2 & \frac{1}{2}(\Delta t)^2 \sigma_y^2 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(\Delta t)^2 \sigma_y^2 & \Delta t \sigma_y^2 \end{bmatrix}; \quad (4)$$

а друга – рух ПС з постійною радіальною швидкістю  $\omega$ :

$$A_{ct} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin \omega t}{\omega} & 0 & -\frac{Q_1}{\omega} \\ 0 & \cos \omega t & 0 & -\sin \omega t \\ 0 & \frac{Q_1}{\omega} & 1 & \frac{\sin \omega t}{\omega} \\ 0 & \sin \omega t & 0 & \cos \omega t \end{bmatrix}; Q_{ct} = \begin{bmatrix} \frac{(2Q_2 \sigma_x^2)}{\omega^3} & \frac{(Q_1 \sigma_x^2)}{\omega^2} & 0 & \frac{(Q_2 \sigma_y^2)}{\omega^2} \\ \frac{(Q_1 \sigma_x^2)}{\omega^2} & t \sigma_x^2 & -\frac{(Q_2 \sigma_y^2)}{\omega^2} & 0 \\ 0 & -\frac{(Q_2 \sigma_x^2)}{\omega^2} & \frac{(2Q_2 \sigma_y^2)}{\omega^3} & \frac{(Q_1 \sigma_y^2)}{\omega^2} \\ \frac{(Q_2 \sigma_x^2)}{\omega^2} & 0 & \frac{(Q_1 \sigma_y^2)}{\omega^2} & t \sigma_y^2 \end{bmatrix}; \quad (5)$$

де  $Q_1 = 1 - \cos \omega t$ ;  $Q_2 = \omega t - \sin \omega t$ .

Не зважаючи на те, що в реальних умовах рух ПС під час посадкового маневру описується нелінійним рівнянням, його траєкторія  $S$  може бути поділена на окремі сегменти  $s_k$ , що відповідають певним режимам польоту, наприклад, прямолінійний рух та кутове маневрування.

Для досягнення задовільних результатів фільтрації пропонується їх поєднання у полімодельний змішаний набір  $M$ , який поєднує у собі моделі з різними фіксованими швидкостями розвороту  $\omega_i$  і моделі прямолінійного руху за умови, що в кожному момент часу  $k$  траєкторія ПС може прийняти тільки один із варіантів  $m_i \in M$ , де  $i = (1, 2, \dots, N)$ . За таких умов траєкторна модель руху ПС може розглядатися як стрибкоподібна марківська лінійна система, параметри якої змінюються у часі згідно з ланцюгами Маркова кінцевого стану. Послідовність моделей, і отже, послідовність швидкостей  $\omega_i$ , будуть змодельовані однорідним ланцюгом Маркова. На кожному кроці  $k$  величина  $\omega_i$  може стрибкоподібно змінитися або залишитися незмінною з імовірністю

$$P\{m_k^{(j)} | s_{k-1}^{(i)}\} = P\{\omega_k = \omega_j | \omega_{k-1} = \omega_i\} = \theta_{ji}, \quad (6)$$

де  $j = i$ , а  $N$  – кількість моделей у наборі  $m_i$ , кожна з яких описує певний сегмент  $s_k$  з можливої траєкторії руху ПС. Тепер рівняння (1, 2) матимуть такий вигляд:

$$\begin{aligned} x_k &= A_{k|k-1}(m_k)x_{k-1} + B_{k|k-1}(m_k)w_k \\ z_k &= H(m_k)x_k + v_k \end{aligned}, \quad (7)$$

де

$$A_{k|k-1}(m_k) = \begin{cases} \lim_{\omega_k \rightarrow 0} A_{k|k-1}(m_k) = A_{cv}, \omega_k = 0 \\ A_{ct}, \omega_k \neq 0 \end{cases}; \text{cov}\{B_{k|k-1}; w_k\} = \begin{cases} \text{diag}[\sigma_x^2 Q_{cv}; \sigma_y^2 Q_{cv}], \omega_k = 0 \\ \text{diag}[\sigma_x^2 Q_{ct}; \sigma_y^2 Q_{ct}], \omega_k \neq 0 \end{cases}$$

За таких умов модель руху ПС у зоні дії посадкової РЛС з достатньою точністю можна представляти у вигляді змішаного набору з трьох моделей. Дві з них, що описують рух від точки входу ПС в зону дії азимутального каналу ПРЛ до точки А (рис. 1), являють собою моделі руху з постій-

ною кутовою швидкістю (5). Остання, що відповідає ділянці прямолінійного планування ПС (ділянка А–В–С), може бути апроксимована моделлю руху з постійною швидкістю (4).

Первинні радіолокаційні виміри координат ПС зазвичай виконуються у координатах азимут – дальність відносно місця розташування посадкової РЛС. Похибки у координатах азимут та дальність вважаються статистично незалежними з нормальним законом розподілу. У кожному дискретному вимірі  $k$  відстань  $r$  і кут цілі  $\theta$  визначаються формулою:

$$z_k^p = \begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix} = H(m_k)x_k + v_k^p, \quad (8)$$

де  $H() \in R^{m \times n}$  – інваріантна у часі матриця спостережень;  $v_k^p = (v_r, v_\theta) \sim N(0, R_k^p)$  – вектор похибок первинних вимірювань кутових координат. При цьому коваріаційна матриця шумів спостережень  $R_k^p$  набуває діагонального вигляду:

$$R_k^p = \text{cov}(v_k^p) = \text{diag}(\sigma_r^2, \sigma_\theta^2), \quad (9)$$

де  $\sigma_r^2, \sigma_\theta^2$  – дисперсія дальності та кута місця відповідно.

У разі комплексної обробки інформації від декількох РЛС, при оцінюванні координат ПС у горизонтальній площині, як правило переходять до локальної декартової системи координат за умови розміщення спостерігача у початку координатної системи  $(x, y) = (0, 0)$ . У загальному випадку перетворення “декартова – полярна” система координат є нелінійною, що призводить до зміни закону розподілу помилок спостереження, роблячи його не гауссовим. Номінальна позиція цілі у системі декартових координат, що відповідає парі полярних координат  $x_k^p = (r, \theta)$ , визначена як  $x_k^c = [x, y]^T$ . Відповідність полярних координат ПРЛ декартовим координатам позиції цілі є точною та визначається формулами:

$$x_k^c = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \Phi[x_k^p] = \Phi[r, \theta] = \begin{bmatrix} r \cos(\theta) \\ r \sin(\theta) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

де  $\Phi$  – полярно-декартове перетворення.

Для досягнення алгоритмом Калмана оптимальних результатів нелінійна частина рівняння (10), а саме –  $v_k^c$ , повинна бути апроксимована лінійною залежністю. Одним із варіантів вирішення цієї задачі є лінеаризація похибки вимірювання за допомогою розвитку  $\Phi(x_k^p)$  у ряд Тейлора навколо вимірювання  $z_k^p$

$$x_k^c = \Phi[x_k^p] = \Phi[z_k^p - v_k^p] = \Phi[z_k^p] - J[z_k^p]v_k^p + \xi(v_k^p), \quad (11)$$

де  $\xi(v_k^p)$  залишок вищого порядку;  $J[z_k^p]$  – яacobіан перетворення, заданий

$$J[z_k^p] = \left. \frac{\partial \Phi}{\partial x_k^p} \right|_{x_k^p = z_k^p} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -r \sin \theta \\ \sin \theta & r \cos \theta \end{bmatrix}.$$

Тоді для рівняння (10) коваріаційна матриця шуму вимірювань (9) за умов ігнорування залишку  $\xi(v_k^p)$  може бути визначена як

$$R_k = J[z_k^p]R_k^pJ[z_k^p]^T. \quad (12)$$

У [20] зазначено, що лінеаризацію (12) вважають правомірною, тобто випадкова дискретна послідовність  $v_k$  зберігає нульове середнє значення та статистичну незалежність тільки за таких умов

$$\frac{r\sigma_0^2}{\sigma_r} < 0.4, \quad \sigma_0 < 0.4 \text{ рад}. \quad (13)$$

Отже, для гарантування лінійності процедури вимірювання ціль не повинна виходити за межі, що визначаються формулою:

$$r < 0.4 \frac{\sigma_r}{\sigma_0^2}. \quad (14)$$

### 3. Алгоритм полімодельного методу з взаємодіючою логікою осереднення

Банк моделей, який був утворений у попередньому розділі з метою опису руху ПС у зоні дії азимутального каналу, по суті являє собою динамічну систему з випадковою структурою. Для її опису потрібен відповідний математичний апарат, що пов'язаний з випадковими процесами змішаного типу. Для цього доцільно скористатись методами оптимальної фільтрації, що оперують банком математичних моделей.

Простота та лінійність запропонованих математичних моделей дають можливість використовувати у якості елементарних фільтрів стандартні фільтри Калмана, що сприяє спрощенню обчислень оцінок параметрів траєкторії руху ПС. Систему рекурентних рівнянь, які описують оптимальну за Калманом процедуру фільтрації, прийнято представляти у вигляді [21]:

$$\hat{x}_{k|k} = A_{k|k-1}x_{k-1|k-1} + K_k \left[ z_k - H_k A_{k|k-1}x_{k-1|k-1} \right]; \quad (15)$$

$$P_{k|k-1} = A_{k|k-1}P_{k-1|k-1}A_{k|k-1}^T + B_{k|k-1}Q_{k-1}B_{k|k-1}^T; \quad (16)$$

$$K_k = P_{k-1|k}H_k^T \left[ H_k P_{k|k-1}H_k^T + R_k \right]^{-1}; \quad (17)$$

$$P_{k|k} = \text{Cov}\{x_k | z_k\} = [I - K_k H_k] P_{k|k-1}. \quad (18)$$

Використання банку моделей для опису руху ПС при виконанні ним посадкового маневру відкриває можливість застосування алгоритмів полімодельного методу оптимального оцінювання, що дозволяє формувати підсумкову оцінку безперервно протягом усього часу, поки ПС знаходиться у зоні дії посадкової РЛС. Зазначені оцінки утворюються шляхом об'єднання окремих оцінок та їхніх коваріаційних матриць за певною логікою взаємодії. Варто зазначити, що у кожний момент часу траєкторія руху ПС співпадає лише з однією з моделей, що належить до вибраного модельного ряду  $m_i$ . Згідно з розглянутою вище процедурою, окремі оцінки вектору стану формуються відповідними фільтрами Калмана, а в якості взаємодіючої логіки застосовують критерій максимуму функції правдоподібності моделі  $L^i$ , що розподілена за нормальним законом:

$$L_k^{(i)} = p\{z_k | m_k^i, z_1^{k-1}\} = N\left(z_k; \hat{z}_{k|k-1}^{(i)}, \hat{S}_k^{(i)}\right) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |\hat{S}_k^{(i)}|}} \exp\left\{-0.5 \hat{z}_k^{(i)} \left(\hat{S}_k^{(i)}\right)^{-1} \left(\hat{z}_k^{(i)}\right)^T\right\}, \quad (19)$$

де  $\hat{z}_k^{(i)} = z_k - H_k \tilde{x}_{k|k-1}$  – нев'язка вимірювань та її коваріаційна матриця  $\hat{S}_k^{(i)} = H_k^{(i)} P_{k|k-1}^{(i)} \left(H_k^{(i)}\right)^T + R_k^{(i)}$ .

Перехід між сегментами можливої траєкторії руху ПС, а відповідно – і моделями у змішаному модельному наборі  $M$  в момент часу  $k$  відбувається стрибкоподібно, і описується матрицею ймовірностей переходу  $\theta_{ji}$  (6). Оптимальна незміщена оцінка вектора стану  $x_{k|k}$  на основі задіяних  $N$  фільтрів являє собою виважену суму умовних математичних сподівань [11]:

$$\hat{x}_{k|k} = \sum_{i=1}^N E\left[x_k | m_k^{(i)}, z_k\right] P\{m_k^{(i)} | z_k\} = \sum_{i=1}^N x_{k|k}^{(i)} \mu_k^{(i)}; \quad (20)$$

де  $\mu_k^{(i)} = P\{m_k^{(i)} | z_k\}$  – апостеріорна ймовірність моделі.

Кореляційна матриця похибок екстраполяції:

$$P_{k|k} = E \left[ (x_k - \hat{x}_{k|k})(x_k - \hat{x}_{k|k})^T \mid z_k \right] = \sum_{i=1}^N \left[ E \left[ (x_k - \hat{x}_{k|k}^{(i)})(x_k - \hat{x}_{k|k}^{(i)})^T \mid z_k \right] + (x_k - \hat{x}_{k|k}^{(i)})(x_k - \hat{x}_{k|k}^{(i)})^T \right] * \\ * P(m_k^i \mid z_k) = \sum_{i=1}^N \left[ P_{k|k}^i + (x_{k|k} - \hat{x}_{k|k}^{(i)})(x_{k|k} - \hat{x}_{k|k}^{(i)})^T \right] \mu_k^{(i)}. \quad (21)$$

Таблиця 1

## Зведена таблиця формул алгоритму IMM

Модельно-умовна реініціалізація:
1. Екстраполяція ймовірностей моделей: $\mu_{k k-1}^{(i)} = \sum_j \theta_{ji} \mu_{k-1}^{(j)}$ .
2. Змішування ймовірностей моделей: $\mu_{k-1}^{(ji)} = \frac{j \mu_{k-1}^{(j)}}{\mu_{k k-1}^{(i)}}$ ;
3. Змішування оцінок: $\bar{x}_{k-1 k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^N \bar{x}_{k-1 k-1}^{(j)} \mu_{k-1}^{(ji)}$ ;
4. Змішування коваріацій: $\bar{P}_{k-1 k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^N \left[ P_{k-1 k-1}^{(j)} + (\hat{x}_{k-1 k-1}^{(i)} - \hat{x}_{k-1 k-1}^{(j)})(\hat{x}_{k-1 k-1}^{(i)} - \hat{x}_{k-1 k-1}^{(j)})^T \right] * \mu_{k-1}^{(ji)}$
Модельно-умовна фільтрація:
5. Екстрапольована оцінка вектору стану: $\hat{x}_{k k-1}^{(i)} = A_{k k-1}^{(i)} \bar{x}_{k-1 k-1}^{(i)}$ ;
6. Екстрапольована оцінка коваріації процесу: $\hat{P}_{k k-1}^{(i)} = A_{k-1}^{(i)} \bar{P}_{k-1 k-1}^{(i)} (A_{k-1}^{(i)})^T + Q_{k-1}^{(i)}$ ;
7. Нев'язка вимірювань: $\hat{z}_k^{(i)} = z_k - H_k^{(i)} \hat{x}_{k k-1}^{(i)}$ ;
8. Коваріація невязки: $S_k^{(i)} = H_k^{(i)} P_{k k-1}^{(i)} (H_k^{(i)})^T + R_k^{(i)}$ ;
9. Матричний коефіцієнт підсилення ФК: $K_k^{(i)} = P_{k k-1}^{(i)} (H_k^{(i)})^T (S_k^{(i)})^{-1}$ ;
10. Оцінка вектору стану: $\hat{x}_{k k}^{(i)} = \hat{x}_{k k-1}^{(i)} + K_k^{(i)} \hat{z}_k^{(i)}$ ;
11. Оцінка коваріації процесу: $\hat{P}_{k k}^{(i)} = \hat{P}_{k k-1}^{(i)} - K_k^{(i)} S_k^{(i)} (K_k^{(i)})^T$ .
Оновлення ймовірності моделі:
12. Функція правдоподібності: $L_k^{(i)} = N(\hat{z}_k^{(i)}, 0, S_k^{(i)})$ ;
13. Ймовірність моделі: $\mu_k^{(i)} = \frac{\mu_{k-1}^{(i)} L_k^{(i)}}{\sum_j \mu_{k k-1}^{(j)} L_k^{(j)}}$ ;
Злиття оцінок:
14. Оцінка вектору стану: $\hat{x}_{k k} = \sum_{i=1}^N \hat{x}_{k k}^{(i)} \mu_k^{(i)}$ ;
15. Коваріація процесу: $\hat{P}_{k k} = \sum_{i=1}^N \left[ P_{k k}^{(i)} + (\hat{x}_{k k} - \hat{x}_{k k}^{(i)})(\hat{x}_{k k} - \hat{x}_{k k}^{(i)})^T \right] * \mu_k^{(i)}$ .

Вхід кожного фільтру та коваріаційна матриця, що відповідає певній моделі  $i$ , являє собою, відповідно, виважену суміш оцінок  $\hat{x}_{k-1|k-1}^{(i)}$ ,  $\hat{P}_{k-1|k-1}^{(i)}$ , що визначається цим фільтром на попередньому такті з імовірностями змішування  $\mu_{k-1}^{(ji)}$ , які визначають взаємодіючою логіку



$$\begin{aligned} \bar{x}_{k|k}^{(i)} &= E\left[x_{k-1} \mid z_{k-1}, m_k^{(i)}\right] = E\left\{E\left[x_{k-1} \mid m_{k-1}^{(i)}, m_k^{(j)} z_{k-1}\right] \mid z_{k-1}, m_k^{(i)}\right\} = \\ &= \sum_{j=1}^N \hat{x}_{k-1|k-1}^{(j)} P\left\{m_{k-1}^{(j)} \mid z_{k-1}, m_k^{(i)}\right\} = \sum_{j=1}^N \hat{x}_{k-1|k-1}^{(j)} \mu_{k-1}^{(ji)}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\bar{P}_{k-1|k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^N \left[ P_{k-1|k-1}^{(j)} + \left( \hat{x}_{k-1|k-1}^{(i)} - \hat{x}_{k-1|k-1}^{(j)} \right) \left( \hat{x}_{k-1|k-1}^{(i)} - \hat{x}_{k-1|k-1}^{(j)} \right)^T \right] * \mu_{k-1}^{(ji)}, \quad (23)$$

$$\text{де } \mu_{k-1}^{(ji)} = P\left\{m_{k-1}^{(j)} \mid z_{k-1}, m_k^{(i)}\right\} = \frac{\theta_{ji} \mu_{k-1}^{(j)}}{\sum_i \theta_{ji} \mu_{k-1}^{(j)}}.$$

Підсумковий результат цього розділу представлений у вигляді таблиці, що описує послідовність кроків для одного циклу роботи алгоритму IMM.

#### 4. Методика виконання обчислювального експерименту

Дослідження, що виконуються у цьому підрозділі, мають за мету отримання кількісної оцінки точності та достовірності результатів, визначених за допомогою запропонованого вище алгоритму полімодельної фільтрації з взаємодіючою логікою. В основу методології досліджень покладено метод цифрового статистичного моделювання. Моделювання виконувалось для ділянки польоту ПС в зоні дії азимутального каналу ПРЛ з використанням математичних моделей (7). Дані для каналу вимірювання отримувались у декартовій системі координат з окремої, наближеної до реальних умов, моделі заходу ПС на посадку. Це дозволяє в довільному порядку задавати параметри посадкової траєкторії залежно від тактико-технічних характеристик ПС. Потік даних каналу вимірювання (8) формувався з урахуванням обмежень, які визначалися формулою (13). Геометрія посадкової траєкторії визначалась аеродинамічними даними літака АН-26, виходячи з його тактико-технічних характеристик з урахуванням аеронавігаційної інформації для типових схем заходу на посадку.

Для АН-26 середні значення дійсної повітряної швидкості у межах зони дії азимутального каналу посадкової РЛС становлять:

- від третього до четвертого розвороту середня швидкість 72 м/с;
- швидкість на четвертому розвороті та на ділянці до точки входу в глісаду 69 м/с;
- після входу в глісаду на плануванні із закритками 58 м/с.

Ці дані передбачають виконання посадкового маневру з кутом нахилу у  $15^\circ$  у режимі розвертання. Випадкові фактори, такі як атмосферна турбулентність, раптові пориви бокового вітру, помилки у виконанні посадкового маневру, що пов'язані з людським фактором тощо, враховувались веденням випадкової складової, інтенсивність якої визначалась коваріаційною матрицею  $Q_k = \text{diag}(0.01; 0.01)$ . Зміна лінійних та кутових швидкостей ПС у моделі здійснювалася у певних точках посадкової траєкторії, які визначалися автоматично залежно від її поточної реалізації.

Не зважаючи на те, що тактико-технічні характеристики деяких сучасних зразків апаратних реалізацій посадкових РЛС у складі комбінованих РЛС та у вигляді самостійних одиниць є набагато кращими за відповідні вимоги ІКАО, у якості еталону запропонованої точності вимірювання вибрані саме останні,  $\sigma_r = 30$  м,  $\sigma_\theta = 1$  гр., а інтервал оновлення спостережень становив  $\Delta t = 0,7$  с. Це дає можливість перевіряти працездатність алгоритму за найгіршого варіанту з погляду похибок вимірювань. Полімодельний пристрій оцінювання з взаємодіючою логікою складався з трьох паралельно працюючих фільтрів Калмана, два з яких використовували у якості перехідної матриці стану (5), з відповідними кутовими швидкостями 0,001 рад/с і 0,045 рад/с. Відповідно, математична модель третього фільтра будувалася для випадку прямолінійного руху з перехідною матрицею стану (6). Апріорні ймовірності моделей задані матрицею  $\mu_0^{(i)} = [0,53; 0,33; 0,13]^T$ . Матриця ймовірностей переходу задана згідно з (6)

$$\theta_{ji} = \begin{bmatrix} 0,99 & 0,01 & 0 \\ 0,01 & 0,98 & 0,01 \\ 0 & 0,01 & 0,99 \end{bmatrix}.$$

Початкові значення кореляційних матриць фільтрів  $P_{00}^i$  однакові для всіх моделей і задані матрицею  $P_{00}^i = \text{diag}[10^3 \quad 0,05 \quad 10^3 \quad 0,05]$ . Початкова оцінка вектора стану  $x_{00}^i$  у кожній реалізації приймалась відповідно до координат точки входу ПС в зону дії азимутального каналу ПРЛ і формувалася автоматично програмним алгоритмом траєкторної моделі, що в реальних умовах відповідає передачі координатної мітки аеродромної оглядової РЛС, при вході ПС в зону дії посадкової РЛС, згідно з алгоритмом роботи системи автоматичного супроводу цілі.

Робота логіки взаємодії запропонованого алгоритму базується на ймовірнісних характеристиках моделей, результат адаптації яких протягом знаходження ПС у зоні дії азимутального каналу ПРЛ зображено на реалізації (рис. 2).

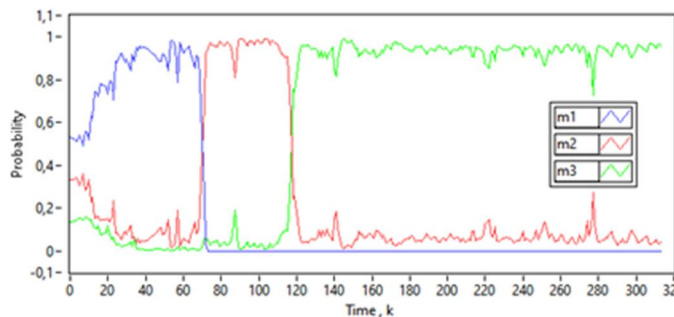


Рис. 2. Процес адаптації модельних імовірностей базового набору

На рис. 3 представлена реалізація посадкової траєкторії ПС (канал азимуту) та її збільшений фрагмент для ділянки 4-го розвороту, які підтверджують коректність роботи запропонованого алгоритму.

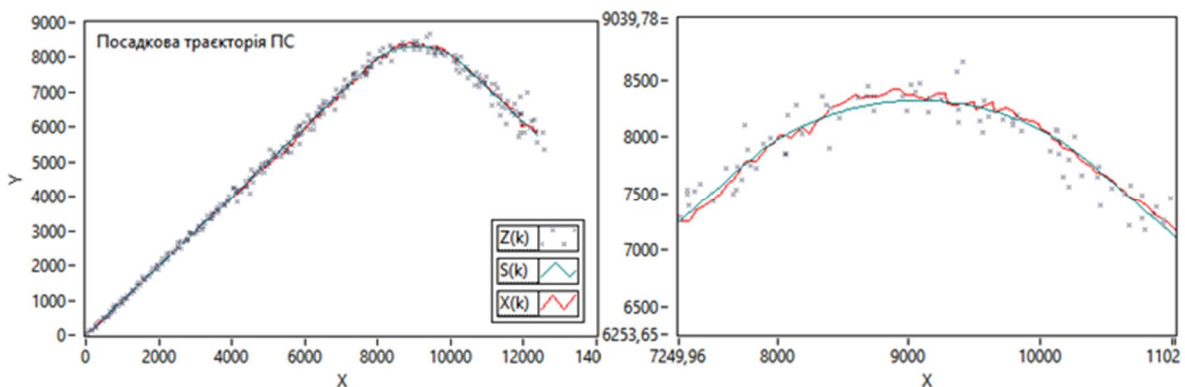


Рис. 3. Фрагмент реалізації оцінювання кута азимуту ПС по координаті:  $z(k)$  – дані каналу вимірювання;  $s(k)$  – істинне значення траєкторії;  $x(k)$  – результат фільтрації

Оцінка ефективності роботи полімодельного фільтра з взаємодіючою логікою виконувалась шляхом порівняння відповідних статистичних характеристик точності з характеристиками еталонної моделі. Згадані статистичні характеристики обчислювались на основі багаторазової імітації роботи досліджуваного пристрою ( $N=130$ ) з подальшим обчисленням квадратів середньоарифметичних значень. Результати статистичного моделювання, які доказують ефективність роботи запропонованого алгоритму на відображені рис. 4.

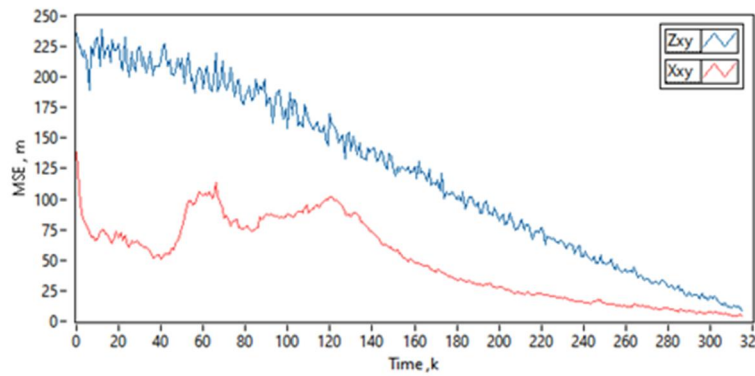


Рис. 4. Середньоквадратична похибка:  
 $z_{xy}$  – даних каналу вимірювання;  $x_{xy}$  – результату фільтрації

## Висновки

1. Технологічна еволюція авіаційної галузі вимагає невідомого удосконалення радіотехнічних засобів забезпечення безпеки польотів, розробки нових та модернізації існуючих внутрішньоаеродромних засобів радіолокаційного контролю. Результати виконаних досліджень дозволяють стверджувати, що використання надмірності апаратних та програмних засобів разом з надзвичайно високою тактовою частотою сучасних мікропроцесорних пристроїв є перспективним напрямком підвищення точності, контролю достовірності та цілісності посадкових даних.

2. Результати проведеного статистичного експерименту дозволяють зробити висновки, що застосування полімодельного фільтра з взаємодіючою логікою усереднення для вторинної обробки даних кутових вимірювань азимутального каналу посадкової РЛС є працездатним і ефективним. За вибраних умов моделювання, досягнуто покращення точності у 1,3–1,5 рази, порівняно з нормативами ICAO. Показано, що зберігається тенденція до зростання точності оцінювання параметрів руху ПС у міру наближення до точки посадки. Це відкриває перспективу прямого застосування розглянутого алгоритму в існуючих посадкових системах, які орієнтовані на класичну схему заходу ПС на посадку.

3. Застосування полімодельного методу з взаємодіючою логікою у системах вторинної обробки результатів первинних вимірювань у азимутальному каналі посадкової РЛС зможе дозволити екіпажу ПС виконувати політ у директорному або напівавтоматичному режимах з будь-якого напрямку за довільною траєкторією з високою точністю.

## Список використаних джерел

- [1] *State of Global Aviation Safety (2019). ICAO Safety Report 2019 Edition. ICAO, 108 p.*
- [2] *Eurocontrol Standard Document for Radar Surveillance in En-Route Airspace and Major Terminal Areas (1997). SUR.ETI.ST01.1000-STD-01-01, Edition 1.0, March 1997.*
- [3] *Baranowski J., Bania P., Prasad I. et al. (2017). Bayesian fault detection and isolation using Field Kalman Filter. EURASIP J. Adv. Signal Process. 2017, 79. URL: <https://doi.org/10.1186/s13634-017-0514-8>.*
- [4] *Volovyk A. Yu., Kychak V. M. (2021). Detection Filter Method in Diagnostic Problems for Linear Dynamic Systems. Visnyk NTUU KPI Serii A – Radiotekhnika Radioaparotobuduvannia. Iss. 84. Pp. 30–39. DOI: <https://doi.org/10.20535/RADAP.2021.84>.*
- [5] *Volovyk A. Yu., Kychak V. M., Havrilov D. V. (2021) Discrete Kalman Filter Invariant to Perturbations. Acta Polytechnica Hungarica. Vol. 18, No. 10. Pp. 21–41. DOI: 10.12700/APH.18.10.2021.10.2.*
- [6] *Kalman R. E. and Bucy R. S. (1961). New Results in Linear Filtering and Prediction Theory. ASME. J. Basic Eng. March 1961; 83(1): 95–108. URL: <https://doi.org/10.1115/1.3658902>.*
- [7] *Rameshbabu K., Swarnadurga J., Archana G., Menaka K. (2012). Target Tracking System Using Kalman Filter. International Journal of Advanced Engineering Research and Studies. Vol. II. Pp. 90–94.*

- [8] Volovyk A. Yu., Havrilov D. V., Mozghovyi V. S. (2018). Development of trajectory supervision model for landing aviation system. *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu, Tekhnichni nauky, Khmelnytskyi. Vol. 1, No. 6 (267). Pp. 173–182 (in Ukrainian)*
- [9] Soken H., Sakai S. (2020). A new likelihood approach to autonomous multiple model estimation. *ISA Trans. 2020, 99. Pp.50–58. URL: <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2019.09.005>.*
- [10] Li X., Bar-Shalom Y. (1992). Mode-Set Adaptation in Multiple-Model Estimators for Hybrid Systems. 1992 American Control Conference. Pp. 1794–1799. DOI: 10.23919/ACC.1992.4792420.
- [11] Fu X., Jia Y., Du J., Yu F. (2010). New interacting multiple model algorithms for the tracking of the manoeuvring target [Brief Paper]. *Iet Control Theory and Applications, 4. Pp. 2184–2194.*
- [12] Lee Y-L. (2020). Using a New Circular Prediction Algorithm to Design an IMM Filter for Low Update Rate Radar System. *Sensors. 2020 ; 20(18):5035. URL: <https://doi.org/10.3390/s20185035>.*
- [13] Li X. R. and Jilkov V. P. (2005). “Survey of maneuvering target tracking. Part V. Multiple-model methods”, *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., Vol. 41. Pp. 1255–1321, Oct. 2005.*
- [14] Li X., Bar-Shalom Y., (1996). Multiple-model estimation with variable structure. *IEEE Transactions on Automatic Control. Vol. 41, No. 4. Pp. 478–493. DOI: 10.1109/9.489270.*
- [15] Li X., Jilkov V., Kirubarajan T., Wiley J., Inc S. (2004). *Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory Algorithms and Software. New York, NY, USA, 2004. P. 584.*
- [16] Zhukov A. Ya. (1996). *Dinamika poleta transportnykh letatelnykh apparatov. M.: Transport, 326 p. (in Russian).*
- [17] Stengel R. (2015). *Flight Dynamics : Princeton University Press, 2015. 864 p.*
- [18] *Aircraft Operations. Procedures for Air Navigation Services Volume 1: Flight Procedures (2006). ICAO, Doc. 8168 OPS/611, 279 p.*
- [19] Li X. R., Jilkov V. (2003). Survey of maneuvering target tracking. Part I. Dynamic models. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. Vol. 39, No. 4. Pp. 1333–1364. DOI: 10.1109/TAES.2003.1261132.*
- [20] Lerro D., Bar-Shalom Y. (1993). Tracking with unbiased consistent converted measurements versus EKF. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. Vol. 29, No. 3. Pp. 1015–1022. DOI: 10.1109/7.220948.*
- [21] Li X., Jilkov V., Kirubarajan T., Wiley J., Inc S. (2004). *Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory Algorithms and Software. New York, NY, USA, 2004. P. 584.*

## ADAPTIVE ESTIMATION OF AIRCRAFT MOVEMENT PARAMETERS IN THE MODE OF THE SET LANDING PATH TRAJECTORY

Andrii Volovyk

*Vinnitsia National Technical University, 95, Khmelnytske shose Str., Vinnitsia, 21021, Ukraine*

The creation of a large number of new aircraft types and their intensive operation have led to an increase in air traffic. Guaranteeing the required level of safety requires continuous improvement of air traffic organization and control systems. This stimulates the modernization of existing and the creation of new types of radio equipment. In this work, the object of study is the processes of converting information signals in the goniometric channel of the radio landing system, and its goal is to achieve increased accuracy of angular measurements and their reliability by methods of secondary signal processing based on the basic principles of the theory of optimal linear discrete Kalman filter. It is shown that one of the possible ways to achieve this goal can be the use of a polymodel model of aircraft motion, supplemented by interacting logic of a stochastic type, as an effective, relatively simple resource-saving tool for overcoming a priori uncertainty of conditions and flight regime. Considerations are given regarding the adequacy of the mathematical model types used to describe a fixed aircraft approach trajectory. The issues of approximation of nonlinear dependences in the goniometric channel of the landing radar in the process of changing the coordinate system are considered. A technique for performing a computational experiment using the Monte Carlo method using the computing environment of the LabView modeling system is presented. The obtained results prove the effectiveness of the polymodel method for constructing a filter adapted to the needs of the aircraft landing process. The absence of discrepancies regarding the regulated standards for the accuracy of measuring the angular coordinates of the aircraft confirm this fact.

**Keywords:** *radar landing system, angular channel, discrete linear system, interactive polymodel tracking filter, interacting probabilistic logic.*